

ESERCITAZIONE 7
MICROECONOMIA AVANZATA
Corso di Laurea Magistrale in Economia e Politica Economica
Docente: NADIA BURANI Tutor: NICOLA CAMPIGOTTO
a.a. 2017/2018

Esercizio 7.1

Sia la funzione di utilità dell'agente $i = 1, 2$ data da $u^i(x_1^i, x_2^i) = (x_1^i)^{\frac{1}{2}} x_2^i$ e siano le dotazioni iniziali dei due agenti date da $e^1 = (1, 0)$ e $e^2 = (0, 1)$ rispettivamente.

- 1) Si calcoli e si rappresenti graficamente la curva dei contratti in questa economia.
- 2) Si ricavano le funzioni di domanda walrasiana dei due beni per entrambi i consumatori.
- 3) Si trovino i prezzi e le allocazioni di equilibrio walrasiani (suggerimento: risolvere per i prezzi relativi p_1 / p_2).

Esercizio 7.2

Si consideri l'economia di puro scambio con 2 agenti $i = 1, 2$ e due beni $k = x, y$. Ciascun consumatore ha

funzione di utilità data da $u_i(x_i, y_i) = \left(x_i^{\frac{1}{2}} + y_i^{\frac{1}{2}}\right)^2$ e dotazione iniziale pari a $e_i = (2, 2)$.

- 1) Si calcoli e si rappresenti graficamente l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti di questa economia.
- 2) Denotando con p_x e p_y i prezzi dei due beni, si ricavano le funzioni di domanda dei due beni per entrambi i consumatori.
- 3) Considerando $p_y = 1$, si calcoli l'equilibrio walrasiano. Quali sono le quantità scambiate dai due agenti?

Esercizio 7.3

Si consideri un'economia di puro scambio con due beni e due agenti. Il consumatore 1 è caratterizzato dalla funzione di utilità $u^1(x_1^1, x_2^1) = (x_1^1)^2 (x_2^1)^2$ e dalla dotazione iniziale $e^1 = (18, 4)$ mentre il consumatore 2 ha funzione di utilità $u^2(x_1^2, x_2^2) = \log(x_1^2) + 2 \log(x_2^2)$ e dalla dotazione iniziale $e^2 = (3, 6)$

- 1) Caratterizzare analiticamente l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti. Si fornisca una rappresentazione grafica.
- 2) Trovare i prezzi e le allocazioni di equilibrio walrasiani.

Esercizio 7.4

Si consideri un'economia di puro scambio con due beni e due agenti. Il consumatore A è caratterizzato dalla funzione di utilità $u^A(x_1^A, x_2^A) = (x_1^A)^{\frac{1}{2}} (x_2^A)^{\frac{1}{2}}$ e dalla dotazione iniziale $e^A = (9, 4)$ mentre il consumatore B è caratterizzato dalla funzione di utilità $u^B(x_1^B, x_2^B) = \min\{x_1^B, 2x_2^B\}$ e dalla dotazione iniziale $e^B = (1, 4)$

- 1) Caratterizzare analiticamente l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti. Si fornisca una rappresentazione grafica.
- 2) Caratterizzare analiticamente l'insieme delle allocazioni che costituiscono il core dell'economia. Si fornisca una rappresentazione grafica (si può utilizzare il grafico precedente).
- 3) Trovare i prezzi e le allocazioni di equilibrio walrasiani.

Esercizio 7.5

Si consideri l'economia di puro scambio con 2 agenti $i = 1, 2$ e due beni $k = x, y$. Il consumatore 1 ha funzione di utilità data da $u_1(x_1, y_1) = x_1 + 2\sqrt{y_1}$ mentre il consumatore 2 è caratterizzato dalla funzione di utilità $u_2(x_2, y_2) = x_2 + 4\sqrt{y_2}$. La dotazione iniziale del consumatore 1 è di 6 unità del bene X e 2 unità del bene Y mentre il consumatore 2 è dotato di 4 unità del bene X e 8 unità del bene Y .

- 1) Qual è la curva dei contratti in questa economia? Quali caratteristiche ha?
- 2) Denotando con p_x e p_y i prezzi dei due beni, si ricavano le funzioni di domanda dei due beni per entrambi i consumatori.
- 3) Si calcoli l'equilibrio walrasiano risolvendo per i prezzi relativi p_x / p_y e considerando la condizione di market-clearing per il mercato del bene Y . Quali sono le quantità scambiate dai due agenti?

Esercizio 7.6

Si consideri un'economia di puro scambio con due beni e due agenti. Il consumatore A è caratterizzato dalla funzione di utilità $u^A(x_1^A, x_2^A) = \min\{x_1^A, x_2^A\}$ e dalla dotazione iniziale $e^A = (5, 0)$ mentre il consumatore B è caratterizzato dalla funzione di utilità $u^B(x_1^B, x_2^B) = \min\left\{x_1^B, \left(x_2^B\right)^{\frac{1}{2}}\right\}$ e dalla dotazione iniziale $e^B = (0, 20)$

- 1) Caratterizzare analiticamente le curve prezzo-consumo dei due agenti.
- 2) Trovare l'allocazione di equilibrio walrasiano come punto di intersezione delle curve prezzo-consumo.
- 3) Trovare i prezzi relativi di equilibrio walrasiano come pendenza della retta passante per la dotazione iniziale e l'allocazione di equilibrio. (Suggerimento: si consideri il punto di vista dell'agente A)
- 4) Si ripeta l'esercizio considerando una diversa dotazione iniziale dell'agente A pari a $e^A = (30, 0)$.

Esercizio 7.7

In un'economia con 2 agenti e due beni le funzioni di utilità sono

$$u^1(x_1, x_2) = x_1 x_2^2 \text{ e } u^2(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

e le dotazioni iniziali totali sono $(e_1, e_2) = (10, 20)$

- 1) Un pianificatore sociale intende allocare i beni con il fine di massimizzare l'utilità dell'agente 1 tenendo l'utilità dell'agente 2 costante al livello $u^2 = 90$. Si ricavano le allocazioni che risolvono il problema del pianificatore sociale. Sono Pareto-efficienti?
- 2) Si supponga che il pianificatore sociale divida le dotazioni totali in modo che $e^1 = (15/2, 0)$ ed $e^2 = (5/2, 20)$. Si trovi l'equilibrio walrasiano in questa economia. Qual è la relazione tra le allocazioni di equilibrio walrasiano e le allocazioni trovate nel punto 1?

Esercizio 7.8

Si consideri un'economia di puro scambio con due beni $K = \{x, y\}$ e due agenti $I = \{1, 2\}$. L'agente 1 ha utilità $u_1 = \min\{x_1, y_1\}$ mentre l'agente 2 ha utilità $u_2 = \min\{3x_2, y_2\}$. La dotazione iniziale dell'agente 1 è $e_1 = (4, 2)$ e la dotazione iniziale dell'agente 2 è $e_2 = (1, 7)$.

- 1) Si rappresenti la scatola di Edgeworth corrispondente a questa economia, specificando le dotazioni iniziali e le curve di indifferenza dei due agenti.
- 2) Si determini analiticamente il core di questa economia.
- 3) Si calcolino le funzioni di domanda dei due beni da parte dei due agenti, denotando con p_x e p_y i prezzi dei due beni.
- 4) Si trovi l'equilibrio walrasiano (prezzi e allocazioni) di questa economia. E' unico?

Esercizio 7.9

Si consideri un'economia di puro scambio con due beni x_1 e x_2 e due agenti a e b . L'agente a ha utilità $u^a = \min\{x_1, x_2\}$ e dotazione iniziale $e^a = (30, 0)$ mentre l'agente b ha utilità indiretta $v^b = \frac{w}{2\sqrt{p_1 p_2}}$,

dove w è la ricchezza dell'agente, e dotazione iniziale $e^b = (0, 20)$.

- 1) Si rappresenti graficamente la scatola di Edgeworth, indicando le dotazioni iniziali e le curve di indifferenza dell'agente a .
- 2) Si risolva il problema di massimizzazione dell'utilità dell'agente a e si trovino le funzioni di domanda walrasiana dei due beni.
- 3) Si trovino le funzioni di domanda walrasiana dell'agente b . (Suggerimento: sostituire per w soltanto alla fine)
- 4) Si trovi l'equilibrio walrasiano (prezzi e allocazioni) di questa economia.