

# Le decisioni di consumo III

## Scelta

Nadia Burani

Università di Bologna

A.A. 2017/18

- Statica comparata
  - come varia la scelta del consumatore a fronte di variazioni della ricchezza
  - come varia la scelta del consumatore a fronte di variazioni dei prezzi relativi
- Equazione di Slutsky
  - proprietà delle funzioni di domanda
- Un approccio alternativo alle decisioni di consumo
  - le preferenze rivelate

- Due soli beni  $K = 2$ , denotati  $k, l = 1, 2$  oppure  $k$  e  $-k$  (che indica l'altro bene rispetto a  $k$ ).
- Come cambia la domanda walrasiana dei due beni quando i prezzi sono fissi e varia la ricchezza del consumatore?

**Curva reddito-consumo CRC** luogo geometrico dei panieri che risolvono il PMU per diversi valori di  $m$

**Curva di Engel** descrive la relazione tra la ricchezza  $m$  e la domanda  $x(\mathbf{p}, m)$  a prezzi costanti

- Elasticità della domanda del bene  $k$  rispetto al reddito  $m$

$$\eta_k = \frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial m} \frac{m}{x_k(\mathbf{p}, m)}$$

- Relazione tra CRC ed elasticità rispetto al reddito della domanda:
  - Se la CRC (così come la curva di Engel) è una retta che passa per l'origine, la domanda di ciascun bene ha elasticità al reddito unitaria: si consuma la stessa proporzione di ciascun bene per ogni livello di reddito.
  - Se la CRC è positivamente inclinata ma curvata verso un bene significa che all'aumentare del reddito aumenta la quantità consumata di entrambi i beni ma proporzionalmente più di uno (*bene di lusso* con  $\eta_k > 1$ ) che dell'altro (*bene necessario* con  $0 \leq \eta_{-k} < 1$ )
  - Se la CRC è curvata all'indietro significa che un aumento del reddito comporta la riduzione del consumo di un bene e si tratta di un *bene inferiore* con  $\eta_k < 0$ .

# Statica comparata: variazioni dei prezzi relativi

- Come cambia la domanda walrasiana quando varia  $p_k$  con  $k = 1, 2$  e gli altri parametri sono fissi?

Curva prezzo-consumo CPC luogo geometrico dei panieri che risolvono il PMU per diversi valori di  $p_k$

- Elasticità incrociata della domanda del bene  $l$  rispetto al prezzo dell'altro bene  $p_k$

$$\varepsilon_{l,k} = \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} \frac{p_k}{x_l(\mathbf{p}, m)}$$

- Relazione tra CPC (Offer curve) ed elasticità incrociata:
  - Se la CPC ha pendenza negativa, si tratta di *beni sostituti lordi* e l'elasticità incrociata è positiva  $\varepsilon_{l,k} > 0$ .
  - Se la CPC ha pendenza positiva, si tratta di *beni complementi lordi* e  $\varepsilon_{l,k} < 0$ .<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Le definizioni di beni sostituti o complementi *netti* fanno riferimento all'elasticità incrociata della domanda hicksiana anziché walrasiana.

- Una variazione nei prezzi ha un duplice effetto sul comportamento del consumatore:
  - si altera il costo relativo dei diversi beni: *ceteris paribus*, i consumatori saranno più propensi ad acquistare i beni che diventano relativamente meno cari (effetto di sostituzione)
  - cambia la ricchezza reale del consumatore: l'aumento del prezzo di un bene impoverisce i consumatori di quel bene e fa calare il loro potere d'acquisto (effetto di reddito)
- L'Equazione di Slutsky permette di isolare i due effetti

$$ET = ES + ER$$

e stabilisce qual è la pendenza della domanda walrasiana e qual è la relazione tra la pendenza della domanda walrasiana e quella della domanda compensata.

# Equazione di Slutsky

**Equazione di Slutsky** Sia  $u(\cdot)$  una funzione di utilità continua che rappresenta preferenze strettamente convesse, e localmente nonsaziate. Allora per ogni  $(\mathbf{p}, m)$  e per  $u = v(\mathbf{p}, m)$  si ha

$$\underbrace{\frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k}}_{ET} = \underbrace{\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m))}{\partial p_k}}_{ES} \underbrace{- \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial m}}_{ER} x_k(\mathbf{p}, m)$$

per ogni  $k, l = 1, \dots, K$ , dove

$$\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m))}{\partial p_k} = \left. \frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} \right|_{u=v(\mathbf{p}, m)}$$

# Equazione di Slutsky

**Dimostrazione** Sia  $u = v(\mathbf{p}, m)$ . Si consideri l'identità  
 $h_l(\mathbf{p}, u) \equiv x_l(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u))$ . Differenziando entrambi i lati  
rispetto a  $p_k$

$$\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} = \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u))}{\partial p_k} + \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u))}{\partial e(\mathbf{p}, u)} \frac{\partial (e(\mathbf{p}, u))}{\partial p_k}.$$

Visto che  $u = v(\mathbf{p}, m)$  e  $e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m)) = m$  possiamo  
riscrivere

$$\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} = \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} + \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial m} \frac{\partial (e(\mathbf{p}, u))}{\partial p_k}$$

Dal Lemma di Shephard  $\frac{\partial (e(\mathbf{p}, u))}{\partial p_k} = h_k(\mathbf{p}, u)$  e inoltre  
 $h_k(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m)) = x_k(\mathbf{p}, m)$ , quindi

$$\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} = \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} + \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_k(\mathbf{p}, m).$$



- La quantità

$$\frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} + \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_k(\mathbf{p}, m) \equiv s_{lk}(\mathbf{p}, m)$$

rappresenta il termine  $lk$  della matrice di sostituzione di Slutsky.

- La matrice di sostituzione di Slutsky è una matrice di dimensioni  $K \times K$  che è data da

$$S(\mathbf{p}, m) = \begin{bmatrix} s_{11}(\mathbf{p}, m) & \cdots & s_{1K}(\mathbf{p}, m) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{K1}(\mathbf{p}, m) & \cdots & s_{KK}(\mathbf{p}, m) \end{bmatrix}.$$

- I suoi termini rappresentano gli effetti di sostituzione.

**Esempio** Funzione di utilità CES. Si consideri la variazione della domanda del bene 1 rispetto alla variazione del suo prezzo. La domanda walrasiana del bene 1 è data da

$$x_1(\mathbf{p}, m) = \frac{mp_1^{r-1}}{p_1^r + p_2^r}.$$

Derivando rispetto a  $p_1$  si ha

$$\frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial p_1} = \frac{mp_1^{r-2}((r-1)p_2^r - p_1^r)}{(p_1^r + p_2^r)^2}$$

mentre derivando rispetto a  $m$  e moltiplicando per  $x_1(\mathbf{p}, m)$  si ottiene

$$\frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_1(\mathbf{p}, m) = \frac{mp_1^{2(r-1)}}{(p_1^r + p_2^r)^2}$$

**Esempio** Funzione di utilità CES. La funzione di domanda hicksiana del bene 1 è data da  $h_1(\mathbf{p}, u) = \frac{u p_1^{r-1}}{(p_1^r + p_2^r)^{\frac{r-1}{r}}}$  che derivata rispetto a  $p_1$  dà

$$\frac{\partial h_1(\mathbf{p}, u)}{\partial p_1} = \frac{u(r-1)p_1^{r-2}p_2^r}{(p_1^r + p_2^r)^{\frac{2r-1}{r}}}$$

Sostituendo al posto di  $u$  la funzione di utilità indiretta  $v(\mathbf{p}, m) = m(p_1^r + p_2^r)^{-\frac{1}{r}}$  si ha

$$\frac{\partial h_1(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m))}{\partial p_1} = \frac{m(r-1)p_1^{r-2}p_2^r}{(p_1^r + p_2^r)^2}$$

Esempio Funzione di utilità CES. Dunque

$$\frac{\partial h_1(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m))}{\partial p_1} = \frac{m(r-1)p_1^{r-2}p_2^r}{(p_1^r + p_2^r)^2}$$

e

$$\begin{aligned} & \frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_1(\mathbf{p}, m) \\ = & \frac{mp_1^{r-2}((r-1)p_2^r - p_1^r)}{(p_1^r + p_2^r)^2} + \frac{mp_1^{2(r-1)}}{(p_1^r + p_2^r)^2} \\ = & \frac{m(r-1)p_1^{r-2}p_2^r}{(p_1^r + p_2^r)^2} = \frac{\partial h_1(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m))}{\partial p_1} \end{aligned}$$

# Equazione di Slutsky

- Nel caso di una variazione del prezzo dello stesso bene, l'equazione di Slutsky si scrive come

$$\frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} = \frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} - \frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_k(\mathbf{p}, m)$$

- Quando varia un prezzo, la domanda compensata  $h(\mathbf{p}, u)$  stabilisce come varia la quantità domandata quando la ricchezza del consumatore si aggiusta in modo fargli raggiungere la stessa utilità  $u$
- Partendo da una situazione iniziale  $(\mathbf{p}, m)$  se i prezzi diventano  $\mathbf{p}'$ , la compensazione della ricchezza di Hicks è data da  $\Delta m_{Hicks} = e(\mathbf{p}', u) - m$
- Cosa possiamo dire sul segno di  $\frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k}$  ovvero sulla pendenza della domanda walrasiana del bene  $k$ ?
- Dobbiamo sapere qualcosa sul segno di  $\frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k}$  ovvero sulla pendenza della domanda compensata del bene  $k$ 
  - ma la domanda compensata non è osservabile perché dipende da  $u$

# Proprietà delle funzioni di domanda compensata

- Proprietà delle funzioni di domanda compensata: discendono dal Lemma di Shephard e dalle proprietà della funzione di spesa  $e(\mathbf{p}, u)$ 
  - (i) Vale la legge della domanda compensata: l'effetto della variazione del prezzo di un bene sulla domanda compensata di quel bene è non-positivo, ovvero

$$\frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} = \frac{\partial^2 e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k^2} \leq 0$$

essendo  $e(\mathbf{p}, u)$  concava in  $\mathbf{p}$  ed essendo la matrice delle derivate seconde (hessiana) di  $e(\mathbf{p}, u)$  semidefinita negativa.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>Condizione necessaria affinché una matrice simmetrica sia semidefinita negativa è che gli elementi lungo la diagonale principale siano non positivi. Condizione necessaria e sufficiente è che i minori principali di guida di ordine dispari siano non-positivi e di ordine pari siano non-negativi.

# Proprietà delle funzioni di domanda compensata

- Proprietà delle funzioni di domanda compensata:

- (ii) La matrice dei termini di sostituzione  $\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k}$  è semidefinita negativa perché l'hessiana di  $e(\mathbf{p}, u)$  è semidefinita negativa.
- (iii) La matrice dei termini di sostituzione  $\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k}$  è simmetrica

$$\frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} = \frac{\partial^2 e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k \partial p_l} = \frac{\partial^2 e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_l \partial p_k} = \frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_l}$$

essendo la matrice delle derivate seconde (hessiana) di  $e(\mathbf{p}, u)$  simmetrica.

- (iv) Quindi la matrice di sostituzione di Slutsky i cui termini sono

$$s_{lk}(\mathbf{p}, m) = \frac{\partial h_l(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} = \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} + \frac{\partial x_l(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_k(\mathbf{p}, m)$$

è simmetrica e semidefinita negativa.

# Proprietà delle funzioni di domanda compensata

- Proprietà delle funzioni di domanda compensata:

(v) Visto che  $h(\mathbf{p}, u)$  è omogenea di grado zero nei prezzi, dalla formula di Eulero<sup>3</sup> discende che

$$\sum_{l=1}^K \frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_l} p_l = 0$$

Due beni  $k$  ed  $l$  si dicono *sostituti netti* (*complementi netti*) in corrispondenza di  $(\mathbf{p}, u)$  se  $\frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_l} \geq 0$  (se  $\frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_l} \leq 0$ ).

Dato che  $\frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_k} \leq 0$ , ci deve essere almeno un bene  $l$  tale che  $\frac{\partial h_k(\mathbf{p}, u)}{\partial p_l} \geq 0$ : ogni bene deve avere almeno un sostituto netto.

---

<sup>3</sup>Sia  $f(x_1, \dots, x_K)$  una funzione differenziabile e omogenea di grado  $r$ , ovvero  $f(\alpha x_1, \dots, \alpha x_K) = \alpha^r f(x_1, \dots, x_K)$  per ogni  $\alpha > 0$ . La formula di Eulero stabilisce che

$$\sum_{k=1}^K \frac{\partial f(x_1, \dots, x_K)}{\partial x_k} x_k = r f(x_1, \dots, x_K)$$

in corrispondenza di qualsiasi vettore  $\mathbf{x}$ .



# Proprietà delle funzioni di domanda walrasiana

- Come cambia la domanda walrasiana di un bene quando varia il prezzo di quel bene?

**Legge della domanda** Si supponga che  $u(\cdot)$  sia una funzione di utilità continua che rappresenta delle preferenze  $\succsim$  razionali, localmente nonsaziate e strettamente convesse definite sull'insieme di consumo  $X = \mathbb{R}_+^K$ . Se un bene è normale allora una diminuzione del suo prezzo causerà un aumento della domanda walrasiana. Se una diminuzione del prezzo causa una diminuzione della domanda walrasiana allora il bene è inferiore.

- Se un bene  $k$  è normale in corrispondenza di  $(\mathbf{p}, m)$  allora la domanda walrasiana (inversa) del bene  $k$  è meno negativamente inclinata al prezzo  $p_k$  rispetto alla domanda hicksiana (inversa).
- Se un bene  $k$  è inferiore in corrispondenza di  $(\mathbf{p}, m)$  allora la domanda walrasiana (inversa) del bene  $k$  è più negativamente inclinata al prezzo  $p_k$  rispetto alla domanda hicksiana (inversa).

# Un approccio alternativo: le preferenze rivelate

- La teoria classica della domanda ha un approccio alle decisioni di consumo basato sulle preferenze
- L'approccio alternativo è basato direttamente sulle scelte del consumatore, ovvero sul suo comportamento
  - si impongono delle restrizioni di coerenza sulle scelte effettuate dal consumatore
- Dato l'insieme di consumo  $X = \mathbb{R}_+^K$  e l'insieme di bilancio walrasiano  $B_{\mathbf{p},m}$ , il problema del consumatore è quello di scegliere un paniere di consumo  $\mathbf{x}$  all'interno di  $B_{\mathbf{p},m}$
- la scelta  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  è la funzione di domanda walrasiana

- Si assume che la funzione di domanda walrasiana soddisfi due proprietà:
  - (i) omogeneità di grado zero in  $\mathbf{p}$  e  $m$ , ovvero  $\mathbf{x}(\alpha\mathbf{p}, \alpha m) = \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  per  $\alpha > 0$
  - (ii) Legge di Walras  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) = m$

**WARP** La funzione di domanda walrasiana  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  soddisfa l'assioma debole delle preferenze rivelate (WARP) quando, per ogni coppia di vettori di prezzi e reddito  $(\mathbf{p}, m)$  e  $(\mathbf{p}', m')$  :

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{p}', m') \leq m \text{ e } \mathbf{x}(\mathbf{p}', m') \neq \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) \Rightarrow \mathbf{p}' \cdot \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) > m'$$

- Di fronte a  $(\mathbf{p}, m)$  il consumatore sceglie  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  quando anche  $\mathbf{x}(\mathbf{p}', m')$  è ammissibile.
- Allora, se il consumatore sceglie  $\mathbf{x}(\mathbf{p}', m')$  quando fronteggia  $(\mathbf{p}', m')$ , significa che non può permettersi di acquistare  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$ .

# Un approccio alternativo: il WARP

- Conseguenze di una variazione nei prezzi sul comportamento del consumatore:
  - isoliamo l'effetto di una variazione nel prezzo relativo dei beni
  - supponiamo che la variazione nei prezzi sia accompagnata da una variazione nella ricchezza che consente al consumatore di acquistare il paniere iniziale ai nuovi prezzi
- Il consumatore che fronteggia  $(\mathbf{p}, m)$  acquista  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$ . Se i prezzi diventano  $\mathbf{p}'$  immaginiamo che la ricchezza del consumatore si aggiusti a  $m' = \mathbf{p}' \cdot \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$ .
- L'aggiustamento di reddito  $\Delta m = (\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) = \Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  si chiama compensazione della ricchezza di Slutsky.

# Un approccio alternativo: il WARP

- L'assioma WARP è equivalente alla legge della domanda compensata

**Legge della domanda walrasiana compensata** Se la funzione di domanda walrasiana  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  è omogenea di grado zero e soddisfa la legge di Walras, allora  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  soddisfa il WARP se e solo se, per ogni variazione compensata nei prezzi da una situazione iniziale  $(\mathbf{p}, m)$  a una nuova situazione  $(\mathbf{p}', m') = (\mathbf{p}', \mathbf{p}' \cdot \mathbf{x}(\mathbf{p}, m))$  vale:

$$(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot [\mathbf{x}(\mathbf{p}', m') - \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)] \leq 0 \quad (\text{LDWC})$$

con disuguaglianza stretta se  $\mathbf{x}(\mathbf{p}', m') \neq \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$ .

- Legge della domanda walrasiana compensata: le quantità domandate e i prezzi si muovono in direzioni opposte (per variazioni compensate dei prezzi), ovvero  $\Delta \mathbf{p} \cdot \Delta \mathbf{x} \leq 0$ .
- Quando cambia solo il prezzo del bene  $k$ , allora se  $\Delta p_k > 0$  deve essere che  $\Delta x_k \leq 0$ .

# Un approccio alternativo: il WARP

- Se la funzione di domanda walrasiana  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  è differenziabile, la LDWC può essere scritta come

$$d\mathbf{p} \cdot d\mathbf{x} \leq 0$$

dove  $d\mathbf{p}$  è una variazione compensata dei prezzi con  
 $dm = \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) \cdot d\mathbf{p}$ .

- La variazione nella domanda si trova calcolando il differenziale totale ed è data da

$$d\mathbf{x} = D_{\mathbf{p}}\mathbf{x}(\mathbf{p}, m) d\mathbf{p} + D_m\mathbf{x}(\mathbf{p}, m) dm$$

dove

$$D_{\mathbf{p}}\mathbf{x}(\mathbf{p}, m) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial p_K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_K(\mathbf{p}, m)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial x_K(\mathbf{p}, m)}{\partial p_K} \end{bmatrix}$$

- e dove

$$D_m \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial m} \\ \vdots \\ \frac{\partial x_K(\mathbf{p}, m)}{\partial m} \end{bmatrix}$$

- Visto che il reddito varia in modo compensato e  $dm = \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) \cdot d\mathbf{p}$ , possiamo sostituire e ottenere

$$d\mathbf{x} = \left[ D_{\mathbf{p}} \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) + D_m \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)^T \right] d\mathbf{p}$$

- Quindi  $d\mathbf{p} \cdot d\mathbf{x} \leq 0$  diventa

$$d\mathbf{p} \cdot \left[ D_{\mathbf{p}} \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) + D_m \mathbf{x}(\mathbf{p}, m) \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)^T \right] d\mathbf{p} \leq 0$$



- Dentro la parentesi quadra

$$\left[ D_{\mathbf{p}}\mathbf{x}(\mathbf{p}, m) + D_m\mathbf{x}(\mathbf{p}, m) \mathbf{x}(\mathbf{p}, m)^T \right]$$

c'è una matrice di dimensioni  $K \times K$  che è la matrice di sostituzione di Slutsky  $S(\mathbf{p}, m)$ .

- Se la funzione di domanda walrasiana  $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$  è differenziabile, omogenea di grado zero, soddisfa la legge di Walras e il WARP allora la matrice di sostituzione di Slutsky  $S(\mathbf{p}, m)$  è semidefinita negativa perché soddisfa

$$\mathbf{v} \cdot S(\mathbf{p}, m) \mathbf{v} \leq 0$$

per ogni vettore  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^K$ .

# Un approccio alternativo: il WARP

- In particolare, se  $S(\mathbf{p}, m)$  è semidefinita negativa, lungo la diagonale principale di  $S(\mathbf{p}, m)$  vale

$$\frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} + \frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial m} x_k(\mathbf{p}, m) \leq 0$$

- L'effetto di sostituzione per il bene  $k$  quando varia il prezzo del bene stesso è sempre negativo.
- Un bene può essere di Giffen solo se è inferiore:

$$\frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial p_k} > 0 \implies \frac{\partial x_k(\mathbf{p}, m)}{\partial m} < 0$$

- Tuttavia, a differenza dell'approccio classico, la matrice di Slutsky non è necessariamente simmetrica per  $K > 2$ .
- L'assioma WARP non implica la legge della domanda walrasiana tout court.