Microeconomia – a.a. 2017/2018

Corso di Laurea Magistrale in Economia e Politica Economica

Nicola Campigotto · nicola.campigotto2<at>unibo.it

Esercitazione 5 – 13 novembre 2017

Esercizio 1

Si considerino i seguenti insiemi di fabbisogno degli input e si stabilisca se sono regolari, monotoni e convessi. Si assuma che tutti i parametri siano strettamente positivi.

- $V(y) = \left\{(x_1, x_2) : ax_1 + bx_2 + \sqrt{x_1 x_2} \geq y\right\}$
- $V(y) = \{(x_1, x_2) : x_1(1-y) \geq a,\ x_2(1-y) \geq b\}$

L'insieme $V(y) = \left\{(x_1, x_2) : ax_1 + bx_2 + \sqrt{x_1 x_2} \geq y\right\}$ è regolare, ossia non-vuoto e chiuso (include cioè la propria frontiera). La funzione di produzione a esso corrispondente è:

$$f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 + \sqrt{x_1 x_2},$$

le cui derivate parziali rispetto a x_1 e x_2 sono:

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_1} = a + \frac{x_2}{2\sqrt{x_1 x_2}}, \qquad \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_2} = b + \frac{x_1}{2\sqrt{x_1 x_2}}.$$

Essendo le due derivate sempre positive, la produzione è crescente negli input e l'insieme $V(y)$ è monotono.
Una condizione sufficiente — ma non necessaria — affinché l'insieme $V(y)$ sia convesso è che la funzione di produzione sia concava, ovvero che la forma quadratica associata alla matrice Hessiana $H_f(x_1, x_2)$ sia semidefinita negativa. Il segno della forma quadratica può essere verificato utilizzando il criterio di Sylvester: una forma quadratica è semidefinita negativa se e solo se i suoi minori principali di ordine dispari sono non-positivi e i suoi minori principali di ordine pari sono non-negativi (ossia se e solo se $(-1)^n |D_n| \geq 0$ per ogni n, dove $|D_n|$ è il determinante della n-esima sottomatrice principale di H_f). Le derivate seconde di $f(x_1, x_2)$ sono:

$$\frac{\partial^2 f(\cdot)}{\partial x_1^2} = -\frac{1}{4}(x_1 x_2)^{-\frac{3}{2}} x_2^2 = -\frac{1}{4} x_1^{-\frac{3}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{4}\left(\frac{x_2}{x_1^3}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\frac{\partial^2 f(\cdot)}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{2\sqrt{x_1 x_2} - x_2 (x_1 x_2)^{-\frac{1}{2}} x_1}{4 x_1 x_2} = \frac{2\sqrt{x_1 x_2} - \sqrt{x_1 x_2}}{4 x_1 x_2} = \frac{1}{4\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{\partial^2 f(\cdot)}{\partial x_2 \partial x_1},$$

$$\frac{\partial^2 f(\cdot)}{\partial x_2^2} = -\frac{1}{4}(x_1 x_2)^{-\frac{3}{2}} x_1^2 = -\frac{1}{4} x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4}\left(\frac{x_1}{x_2^3}\right)^{\frac{1}{2}},$$

e la matrice Hessiana è dunque:

$$H_f(x_1,x_2)=\begin{bmatrix} -\frac{1}{4}\left(\frac{x_2}{x_1^3}\right)^{\frac{1}{2}} & \frac{1}{4\sqrt{x_1x_2}} \\ \frac{1}{4\sqrt{x_1x_2}} & -\frac{1}{4}\left(\frac{x_1}{x_2^3}\right)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}.$$

Le sottomatrici principali di H_f sono infine:

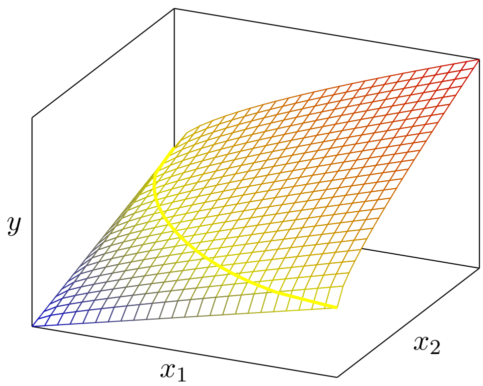
$$D_1=\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{x_2}{x_1^3}\right)^{\frac{1}{2}}\right],\qquad D_2=\begin{bmatrix} -\frac{1}{4}\left(\frac{x_2}{x_1^3}\right)^{\frac{1}{2}} & \frac{1}{4\sqrt{x_1x_2}} \\ \frac{1}{4\sqrt{x_1x_2}} & -\frac{1}{4}\left(\frac{x_1}{x_2^3}\right)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}=H_f(x_1,x_2),$$

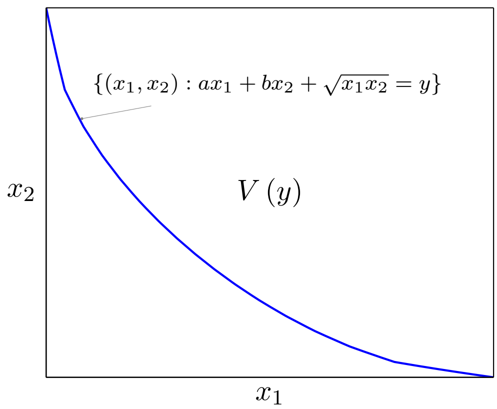
e i rispettivi determinanti sono:

$$|D_1|=-\frac{1}{4}\left(\frac{x_2}{x_1^3}\right)^{\frac{1}{2}}<0,$$

$$|D_2|=\frac{1}{16}\left(\frac{x_2}{x_1^3}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{x_1}{x_2^3}\right)^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{16x_1x_2}=\frac{1}{16}x_2^{\frac{1}{2}}x_1^{-\frac{3}{2}}x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{-\frac{3}{2}}-\frac{1}{16x_1x_2}=\frac{1}{16x_1x_2}-\frac{1}{16x_1x_2}=0.$$

La forma quadratica associata alla Hessiana è semidefinita negativa: la funzione di produzione è quindi concava (e, di conseguenza, quasiconcava) e l'insieme di fabbisogno degli input è convesso.





Le due diseguaglianze che caratterizzano l'insieme $V(y)=\{(x_1,x_2):x_1(1-y)\geq a,$ $x_2(1-y)\geq b\}$ possono essere riscritte come:

$$y\leq 1-\frac{a}{x_1},\qquad y\leq 1-\frac{b}{x_2},$$

da cui si ottiene $y\leq\min\left\{1-\frac{a}{x_1};\ 1-\frac{b}{x_2}\right\}$. L'insieme di fabbisogno degli input si può quindi esprimere come:

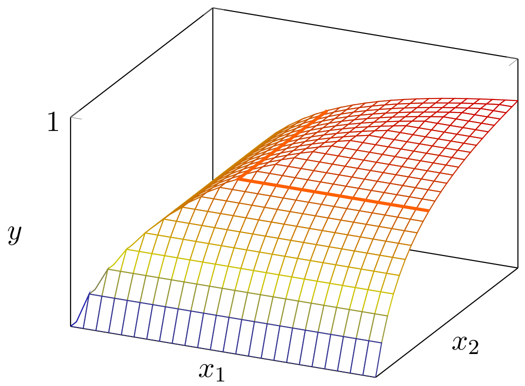
$$V(y)=\left\{(x_1,x_2):\min\left\{1-\frac{a}{x_1};\ 1-\frac{b}{x_2}\right\}\geq y\right\}$$

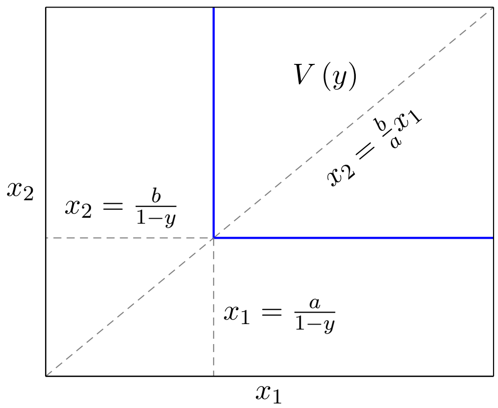
e la funzione di produzione corrispondente, che può assumere unicamente valori compresi tra 0 e 1, è:

$$f(x_1,x_2)=\min\left\{1-\frac{a}{x_1};\ 1-\frac{b}{x_2}\right\}.$$

L'insieme $V(y)$ è:

- regolare (non-vuoto e chiuso);
- monotono (se la quantità degli input utilizzati aumenta, la produzione cresce o rimane invariata a seconda che l'incremento dei fattori di produzione rispetti o meno la proporzione desiderata, $x_2 = \frac{b}{a}x_1$);
- convesso, essendo la funzione di produzione $f(x_1, x_2)$ quasiconcava (è infatti una trasformazione monotona crescente di $\min\{bx_1;\ ax_2\}$, che è una funzione quasiconcava).[1]





Esercizio 2

Sia $f(x_1, x_2)$ una funzione di produzione omotetica. Mostrare che il saggio marginale di sostituzione tecnica in corrispondenza di (x_1, x_2) è uguale al saggio marginale di sostituzione tecnica in corrispondenza di (tx_1, tx_2).

La dimostrazione sfrutta il seguente teorema: sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ una funzione omogenea di grado r. Allora ciascuna derivata parziale f'_i, con $i = 1, \ldots, n$, è omogenea di grado $r - 1$. Per ogni $(x_1, \ldots, x_n)$ e ogni $t > 0$ si ha infatti:

$$f(tx_1, \ldots tx_n) = t^r f(x_1, \ldots, x_n)$$

e derivando rispetto a x_i:

$$tf'_i(tx_1, \ldots tx_n) = t^r f'_i(x_1, \ldots, x_n).$$

Dividendo ambo i lati per t si ha perciò:

$$f'_i(tx_1, \ldots tx_n) = t^{r-1} f'_i(x_1, \ldots, x_n)$$

e $f'_i(\cdot)$ è dunque omognea di grado $r - 1$.

Se la funzione di produzione $f(x_1, x_2)$ è omotetica, essa rappresenta la trasformazione monotona crescente di una funzione omogenea. Esistono dunque una funzione strettamente crescente $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e una funzione omogenea $h : \mathbf{Y} \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tali per cui $f = g \circ h$. Si vuole mostrare che il saggio marginale di sostituzione tecnica è una funzione omogenea di grado zero, ossia che:

$$-\frac{\frac{\partial f(t\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(t\mathbf{x})}{\partial x_2}} = -\frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}}.$$

[1]Una trasformazione monotona crescente di una funzione quasiconcava è anch'essa quasiconcava.

Si consideri dapprima $f\left(t\mathbf{x}\right)$:

$$\frac{\frac{\partial f(t\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(t\mathbf{x})}{\partial x_2}} = \frac{\frac{\partial g(h(t\mathbf{x}))}{\partial x_1}}{\frac{\partial g(h(t\mathbf{x}))}{\partial x_2}} = \frac{g'\left(h\left(t\mathbf{x}\right)\right)\frac{\partial h(t\mathbf{x})}{\partial x_1}}{g'\left(h\left(t\mathbf{x}\right)\right)\frac{\partial h(t\mathbf{x})}{\partial x_2}} = \frac{\frac{\partial h(t\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial h(t\mathbf{x})}{\partial x_2}} = \frac{t^{r-1}\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{t^{r-1}\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_2}} = \frac{\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_2}}.$$

Per $t = 1$ si ha inoltre:

$$\frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}} = \frac{\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_2}},$$

e dunque:

$$-\frac{\frac{\partial f(t\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(t\mathbf{x})}{\partial x_2}} = -\frac{\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_2}} = -\frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}}.$$

Esercizio 3

Si calcoli l'elasticità di sostituzione per la funzione $f\left(x_1, x_2\right) = \left(a_1 x_1^\rho + a_2 x_2^\rho\right)^{\frac{1}{\rho}}$ quando $a_1 \neq a_2$.

Le derivate parziali della funzione di produzione rispetto a x_1 e x_2 sono:

$$\frac{\partial f\left(\mathbf{x}\right)}{\partial x_1} = \frac{1}{\rho}\left(a_1 x_1^\rho + a_2 x_2^\rho\right)^{\frac{1}{\rho}-1}\rho a_1 x_1^{\rho-1} = a_1 x_1^{\rho-1}\left(a_1 x_1^\rho + a_2 x_2^\rho\right)^{\frac{1}{\rho}-1},$$

$$\frac{\partial f\left(\mathbf{x}\right)}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho}\left(a_1 x_1^\rho + a_2 x_2^\rho\right)^{\frac{1}{\rho}-1}\rho a_2 x_2^{\rho-1} = a_2 x_2^{\rho-1}\left(a_1 x_1^\rho + a_2 x_2^\rho\right)^{\frac{1}{\rho}-1}.$$

Il saggio marginale di sostituzione tecnica (in valore assoluto) è perciò:

$$\left|SMS_{1,2}\right| := \frac{\frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(\cdot)}{\partial x_2}} = \frac{a_1 x_1^{\rho-1}}{a_2 x_2^{\rho-1}} = \frac{a_1}{a_2}\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\rho-1} = \frac{a_1}{a_2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho},$$

la cui derivata rispetto a $\left(x_2/x_1\right)$ è:

$$\frac{\partial\left|SMST_{1,2}\right|}{\partial\left(x_2/x_1\right)} = \frac{a_1}{a_2}\left(1-\rho\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho-1} = \frac{a_1}{a_2}\left(1-\rho\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{-\rho}.$$

L'elasticità di sostituzione è infine:

$$\begin{aligned}
\sigma_{1,2} := \left(\frac{\partial\left|SMST_{1,2}\right|}{\partial\left(x_2/x_1\right)}\frac{x_2/x_1}{\left|SMST_{1,2}\right|}\right)^{-1} &= \left(\frac{\frac{a_1}{a_2}\left(1-\rho\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{-\rho}\frac{x_2}{x_1}}{\frac{a_1}{a_2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho}}\right)^{-1} \\
&= \left(\frac{\frac{a_1}{a_2}\left(1-\rho\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho}}{\frac{a_1}{a_2}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho}}\right)^{-1} \\
&= \left(1-\rho\right)^{-1} = \frac{1}{1-\rho}
\end{aligned}$$

ed è quindi una costante, pari a quella relativa al caso $a_1 = a_2$.

Esercizio 4

Sia la funzione di produzione di un'impresa $y = f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$.

1. Qual è l'elasticità di sostituzione?
2. Qual è l'elasticità di scala?
3. Sia l'elasticità dell'output rispetto al fattore x_i definita da $\varepsilon_i(\mathbf{x}) = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(\mathbf{x})}$. Si calcoli l'elasticità dell'output rispetto ai due fattori.
4. Si mostri che l'elasticità di scala $\varepsilon(\mathbf{x})$ è tale che $\varepsilon(\mathbf{x}) = \sum_i \varepsilon_i(\mathbf{x})$.

Il saggio marginale di sostituzione tecnica (in valore assoluto) è:

$$|SMS_{1,2}| := \frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}}{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}} = \frac{a x_1^{a-1} x_2^b}{b x_1^a x_2^{b-1}} = \frac{a x_2}{b x_1},$$

la cui derivata rispetto a (x_2/x_1) è:

$$\frac{\partial |SMST_{1,2}|}{\partial (x_2/x_1)} = \frac{a}{b}.$$

L'elasticità di sostituzione è quindi:

$$\sigma_{1,2} := \left(\frac{\partial |SMST_{1,2}|}{\partial (x_2/x_1)} \frac{x_2/x_1}{|SMST_{1,2}|} \right)^{-1} = \left(\frac{a}{b} \frac{\frac{x_2}{x_1}}{\frac{a x_2}{b x_1}} \right)^{-1} = 1.$$

L'elasticità di scala, che rappresenta la variazione percentuale istantanea dell'output registrata a fronte di una variazione dell'1% di tutti i fattori di produzione, è:

$$\begin{aligned}
\varepsilon(\mathbf{x}) := \frac{\sum_{i=1}^K \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} x_i}{f(\mathbf{x})} &= \frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} x_2}{f(\mathbf{x})} \\
&= \frac{\left(a x_1^{a-1} x_2^b \right) x_1 + \left(b x_1^a x_2^{b-1} \right) x_2}{x_1^a x_2^b} \\
&= \frac{a x_1^a x_2^b + b x_1^a x_2^b}{x_1^a x_2^b} \\
&= \frac{(a+b) x_1^a x_2^b}{x_1^a x_2^b} = a + b.
\end{aligned}$$

Le elasticità della produzione rispetto ai due fattori sono invece:

$$\varepsilon_1(\mathbf{x}) := \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \frac{x_1}{f(\mathbf{x})} = a x_1^{a-1} x_2^b \frac{x_1}{x_1^a x_2^b} = a x_1^{a-1+1-a} x_2^{b-b} = a,$$

$$\varepsilon_2(\mathbf{x}) := \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} \frac{x_2}{f(\mathbf{x})} = b x_1^a x_2^{b-1} \frac{x_2}{x_1^a x_2^b} = a x_1^{a-a} x_2^{b-1+1-b} = b.$$

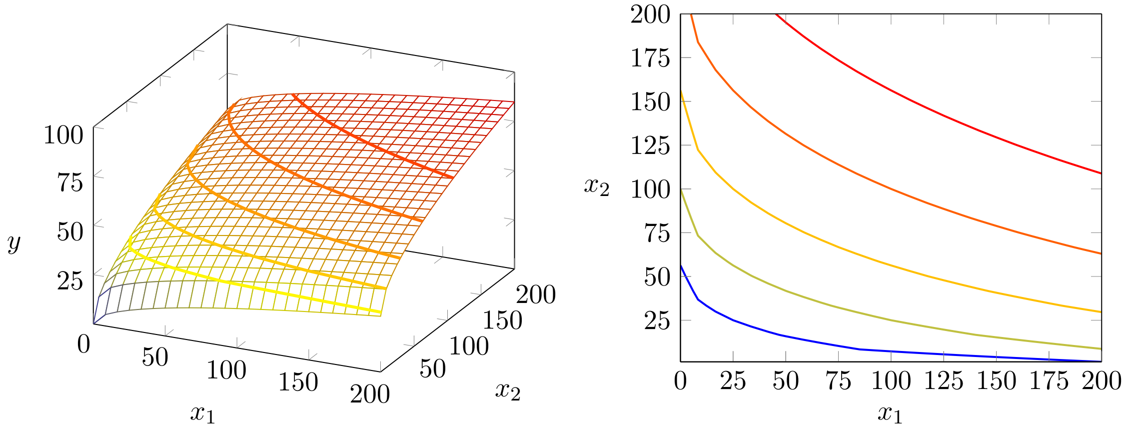
Sommando le elasticità della produzione rispetto ai due fattori si ottiene infine l'elasticità di scala:

$$\varepsilon_1(\mathbf{x}) + \varepsilon_2(\mathbf{x}) = a + b = \varepsilon(\mathbf{x}).$$

Esercizio 5

Sia la funzione di produzione di un'impresa $y = f(x_1, x_2) = 2x_1^{\frac{1}{2}} + 4x_2^{\frac{1}{2}}$.

1. Quali sono i rendimenti di scala?
2. Si imposti il problema di massimizzazione del profitto e si trovino le funzioni di domanda degli input considerando solo soluzioni interiori.
3. Si trovi la funzione di offerta dell'output.
4. Si trovi la funzione di profitto.



La funzione di produzione esibisce rendimenti di scala decrescenti. Per ogni $\lambda > 1$, infatti,

$$\begin{aligned}
f(\lambda x_1, \lambda x_2) &= 2(\lambda x_1)^{\frac{1}{2}} + 4(\lambda x_2)^{\frac{1}{2}} \\
&= \lambda^{\frac{1}{2}} \left(2x_1^{\frac{1}{2}} + 4x_2^{\frac{1}{2}}\right) \\
&= \lambda^{\frac{1}{2}} f(x_1, x_2) \\
&< \lambda f(x_1, x_2).
\end{aligned}$$

Il problema di massimizzazione del profitto dell'impresa è $\max_{x_1,x_2} \pi(\mathbf{x}) = pf(\mathbf{x}) - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}$, ossia:

$$\max_{x_1,x_2} \pi(x_1, x_2) = p\left(2x_1^{\frac{1}{2}} + 4x_2^{\frac{1}{2}}\right) - w_1 x_1 - w_2 x_2,$$

e le condizioni del prim'ordine sono:

$$\frac{\partial \pi(\cdot)}{\partial x_1} = px_1^{-\frac{1}{2}} - w_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \pi(\cdot)}{\partial x_2} = 2px_2^{-\frac{1}{2}} - w_2 = 0.$$

Le funzioni di domanda dei fattori sono quindi:

$$x_1(p, w_1) = \left(\frac{p}{w_1}\right)^2, \qquad x_2(p, w_2) = \left(\frac{2p}{w_2}\right)^2,$$

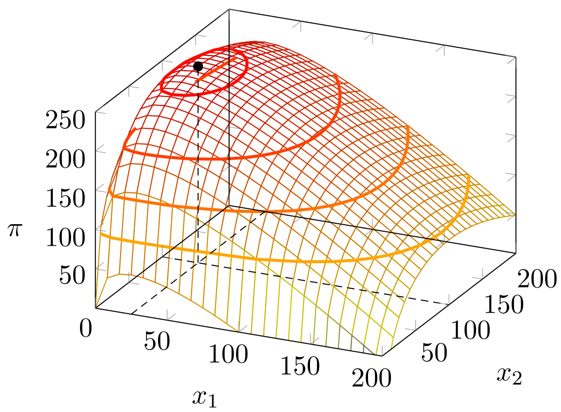
e la funzione di offerta, $y(p, \mathbf{w}) = f(x_1(p, \mathbf{w}), x_2(p, \mathbf{w}))$, è:

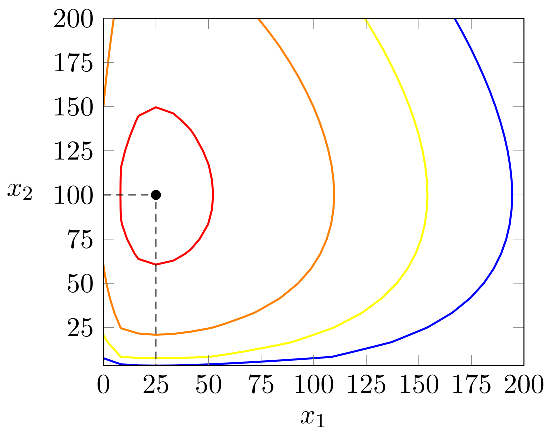
$$\begin{aligned} y(p, \mathbf{w}) &= 2[x_1(p, w_1)]^{\frac{1}{2}} + 4[x_2(p, w_2)]^{\frac{1}{2}} \\ &= 2\left[\left(\frac{p}{w_1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + 4\left[\left(\frac{2p}{w_2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ &= 2p\left(\frac{1}{w_1} + \frac{4}{w_2}\right). \end{aligned}$$

La funzione di profitto, $\pi(p, \mathbf{w}) = pf(x_1(p, \mathbf{w}), x_2(p, \mathbf{w})) - w_1 x_1(p, \mathbf{w}) - w_2 x_2(p, \mathbf{w})$, è infine:

$$\begin{aligned} \pi(p, \mathbf{w}) &= p\left[2p\left(\frac{1}{w_1} + \frac{4}{w_2}\right)\right] - w_1\left(\frac{p}{w_1}\right)^2 - w_2\left(\frac{2p}{w_2}\right)^2 \\ &= 2p^2\left(\frac{1}{w_1} + \frac{4}{w_2}\right) - p^2\left(\frac{1}{w_1} + \frac{4}{w_2}\right) \\ &= p^2\left(\frac{1}{w_1} + \frac{4}{w_2}\right). \end{aligned}$$

In figura è rappresentata la funzione di profitto per $(p, w_1, w_2) = (10, 2, 2)$. In questo caso, $x_1^* = 25$, $x_2^* = 100$, $y^* = 50$ e $\pi^* = 250$.

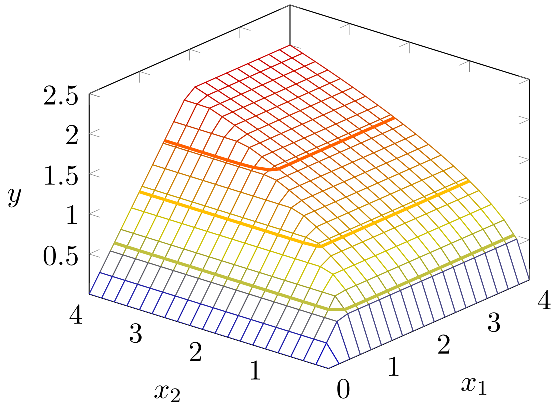


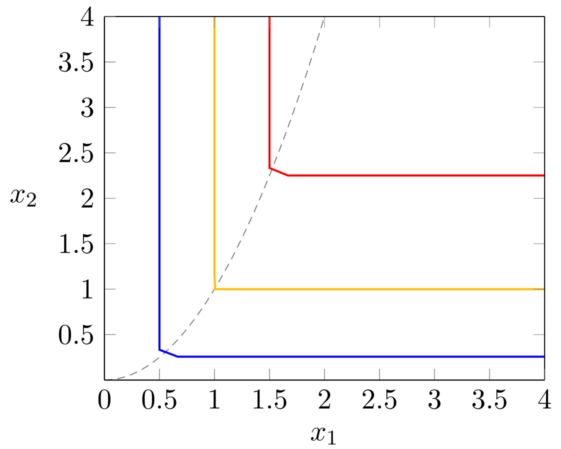


Esercizio 6

Sia la funzione di produzione di un'impresa $y = f(x_1, x_2) = \min\left\{x_1;\ x_2^{\frac{1}{2}}\right\}$.

1. Quali sono i rendimenti di scala?
2. Si imposti il problema di massimizzazione del profitto e si trovino le funzioni di domanda degli input considerando solo soluzioni interiori.
3. Si trovi la funzione di offerta dell'output.
4. Si trovi la funzione di profitto.





La funzione di produzione esibisce rendimenti di scala decrescenti. Per ogni $\lambda > 1$, infatti,

$$\begin{aligned} f(\lambda x_1, \lambda x_2) &= \min\left\{\lambda x_1;\ (\lambda x_2)^{\frac{1}{2}}\right\} \\ &= \min\left\{\lambda x_1;\ \lambda^{\frac{1}{2}} \lambda x_2^{\frac{1}{2}}\right\} \\ &< \lambda \min\left\{x_1;\ x_2^{\frac{1}{2}}\right\} = \lambda f(x_1, x_2). \end{aligned}$$

Posto $x_2 = x_1^2$, il problema di massimizzazione del profitto dell'impresa si può scrivere come:

$$\max_{x_1} \pi(x_1) = p x_1 - w_1 x_1 - w_2 x_1^2,$$

da cui si trovano la condizione del prim'ordine:

$$\frac{\partial \pi(\cdot)}{\partial x_1} = p - w_1 - 2 w_2 x_1 = 0$$

e la funzione di domanda del fattore 1:

$$x_1(p, \mathbf{w}) = \frac{p - w_1}{2 w_2}.$$

La funzione di domanda del fattore 2 è quindi:

$$x_2(p, \mathbf{w}) = x_1(p, \mathbf{w})^2 = \left(\frac{p - w_1}{2 w_2}\right)^2$$

e la funzione di offerta dell'output è:

$$\begin{aligned} y(p, \mathbf{w}) &= \min\left\{x_1(p, \mathbf{w});\ [x_2(p, \mathbf{w})]^{\frac{1}{2}}\right\} \\ &= \min\left\{\frac{p - w_1}{2 w_2};\ \left[\left(\frac{p - w_1}{2 w_2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \\ &= \frac{p - w_1}{2 w_2}. \end{aligned}$$

La funzione di profitto, infine, è:

$$\begin{aligned}
\pi(p, \mathbf{w}) &= p\left(\frac{p-w_1}{2w_2}\right) - w_1\left(\frac{p-w_1}{2w_2}\right) - w_2\left(\frac{p-w_1}{2w_2}\right)^2 \\
&= (p-w_1)\left(\frac{p-w_1}{2w_2}\right) - \frac{p-w_1}{2}\left(\frac{p-w_1}{2w_2}\right) \\
&= \frac{p-w_1}{2w_2}\left(p-w_1-\frac{p-w_1}{2}\right) \\
&= \frac{p-w_1}{2w_2}\left(\frac{p-w_1}{2}\right) = \frac{(p-w_1)^2}{4w_2}.
\end{aligned}$$

In figura è rappresentata la funzione di profitto per $(p, w_1, w_2) = (10, 2, 2)$. In questo caso, $x_1^* = 2$, $x_2^* = 4$, $y^* = 2$ e $\pi^* = 8$.